２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語（　）／ 専門科目 （ 理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

**注意事項**

1. 試験問題は 6 問（$\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$）である。この中から 4 問を選んで解答せよ。この中から 4 問を超えて解答してはならない。

2. それぞれの解答用紙に, 1 問のみ解答すること。

3. 配布された 4 枚の解答用紙すべてに受験番号・氏名・問題番号を記入し, すべての解答用紙を提出すること。

4. 解答用紙に受験番号・氏名・問題番号の記入がない場合, その解答は無効とする。

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語（　　）／ 専門科目 （ 理工基礎（数学基礎））

試験時間：（　150　）分

**1** (1) 次の重積分を計算せよ。

$$\iint_D \frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}\,dxdy \qquad \left( D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq 1\right\} \right)$$

(2) $y=\log(x+\sqrt{x^2+1})$ とする。

(i) $y'$ を求めよ。

(ii) $(1+x^2)y''+xy'=0$ を示せ。

(iii) $n$ を自然数とするとき,

$$(1+x^2)y^{(n+2)}+(2n+1)xy^{(n+1)}+n^2y^{(n)}=0$$

が成り立つことを示せ。

(iv) (iii) より, $y^{(n)}(0)$ の値を求めよ。

(v) $y=\log(x+\sqrt{x^2+1})$ を $x$ の整級数に展開せよ。

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語（　）／ 専門科目 （ 理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

**2** (1) $k$ を定数とする。$k$ の値に応じて, 次の連立１次方程式の解の集合を決定せよ。

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + (5+k)y + 6z = 0 \\ 4x + (9+k)y + (12+k)z = 0 \end{cases}$$

(2) 実数を成分とする $n$ 次正方行列の全体を $\mathrm{M}(n,n)$ で表す。実数 $a$ に対し,

$$\begin{aligned} F : \mathrm{M}(n,n) &\longrightarrow \mathrm{M}(n,n) \\ A &\longmapsto A + a\,{}^t\!A \end{aligned}$$

で $F$ を定める。ここで, ${}^t\!A$ は $A$ の転置行列を表す。

(i) $F$ が線型写像であることを示せ。

(ii) $F$ が線型同型であるための必要十分条件は, $a \neq \pm 1$ であることを示せ。

(iii) $a \neq \pm 1$ であるとき, 逆写像 $F^{-1}$ を求めよ。

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　　）／ 専門科目 （ 理工基礎（数学基礎））

試験時間：（　150　）分

**3** (1) $\mathbb{R}$ で定義された実数値関数の列 $(f_n)_{n\geq 1}$ に関する条件

「任意の正の数 $\varepsilon$ に対して, 以下の性質を持つ正の数 $\delta$ が存在する：$|x-x'|<\delta$ ならば, 任意の $n\geq 1$ に対して $|f_n(x)-f_n(x')|<\varepsilon$ である。」

について,

(i) この条件を論理記号 $\forall, \exists$ を適切に用いて表現せよ。

(ii) この条件の否定を論理記号 $\forall, \exists$ を適切に用いて表現した上で, なるべく分かりやすい日本語で述べよ。

(2) $A$ を空でない集合とする。直積集合 $A\times A$ の部分集合 $R$ が次の条件 (a),(b),(c) を満たすとする：

(a) 任意の $a\in A$ に対して $(a,a)\in R$ である。

(b) $(a,b)\in R$ ならば $(b,a)\in R$ である。

(c) $(a,b)\in R$ かつ $(b,c)\in R$ ならば $(a,c)\in R$ である。

$a\in A$ に対して

$$R(a)=\{x\in A|(a,x)\in R\}$$

とおく。

$(a,b)\in R$ と $R(a)=R(b)$ とが同値であることを証明せよ。

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　）／ 専門科目 （理工基礎（数学基礎））

試験時間：（　150　）分

**4** 確率変数 $X, Y$ は互いに独立で，それぞれ次の確率密度関数 $f, g$ をもつ指数分布にしたがうとする。

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & : \ x > 0 \\ 0 & : \ x \leq 0 \end{cases} \qquad g(y) = \begin{cases} \beta e^{-\beta y} & : \ y > 0 \\ 0 & : \ y \leq 0 \end{cases}$$

ここで，$\alpha, \beta$ は $\alpha > \beta > 0$ を満たす定数である。

(1) $X$ の特性関数 $\varphi_X(t) = E[e^{itX}]$ を求めよ．

(2) $X + Y$ の特性関数 $\varphi_{X+Y}(t)$ を求めよ．

(3) $h(x)$ を $f(x)$ と $g(x)$ の合成積

$$h(x) = (f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-y)g(y)\,dy$$

とする。

(i) $h(x)$ を $\alpha$ と $\beta$ の式で表せ。

(ii) $h(x)$ のフーリエ変換

$$\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)e^{ix\omega}\,dx$$

を求め，確率変数の和 $X + Y$ の確率密度関数が $h(x)$ であることを示せ。

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語（　　）／ 専門科目 （ 理工基礎（数学基礎））

試験時間：（　150　）分

**5** (1) 群 $G$ の元 $x$ に対し,

$$C(x) = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$$

を $x$ が属する共役類と呼ぶ。$G$ が有限群のとき, $C(x)$ に属する元の個数は $G$ の位数の約数であることを示せ。

(2) $n$ 次対称群 $S_n$ に属する置換 $\sigma$ と巡回置換 $(a_1\ a_2\ \cdots\ a_k)$ に対して,

$$\sigma(a_1\ a_2\ \cdots\ a_k)\sigma^{-1} = (\sigma(a_1)\ \ \sigma(a_2)\ \ \cdots\ \ \sigma(a_k))$$

が成り立つことを示せ。

(3) 4 次対称群 $S_4$ において, 巡回置換 $(1\ 2\ 3\ 4)$ と可換な元の個数を求めよ。

(4) 4 次対称群 $S_4$ において, 巡回置換 $(1\ 2\ 3\ 4)$ が属する共役類に含まれる元の個数を求めよ。

(5) 5 次交代群 $A_5$ において, 巡回置換 $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ が属する共役類に含まれる元の個数を求めよ。

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　数学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　(　　　)　／ 専門科目 （ 理工基礎（数学基礎））

試験時間：（　150　）分

**6**

(1) $X$ を位相空間とし, $\mathcal{O}_X = \{O_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$ を $X$ の位相（開集合族）とする。$A$ を $X$ の部分集合とする。$A$ を $X$ の部分位相空間とみなすとき, $A$ にはどのような位相が定まっているかを述べよ。

(2) $X$ と $Y$ を位相空間とする。写像 $f : X \longrightarrow Y$ が同相写像であることの定義を記述せよ。

(3) ユークリッド空間 $\mathbb{R}^2$ の部分位相空間

$$
\begin{aligned}
A &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y-1)^2 = 1\} - \{(0,2)\}, \\
B &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 0\}, \\
C &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\} \\
&\qquad \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 0, \ -1 \leq y \leq 1\}, \\
D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 = 1\} \\
&\qquad \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+1)^2 + y^2 = 1\}
\end{aligned}
$$

を考える。

(i) これらを図示せよ。

(ii) 次の2つの位相空間が同相か否かを判定し, その証明を与えよ。ただし, それらが同相である場合は, 同相写像を実際に構成すること。

(ア) $A$ と $B$

(イ) $C$ と $D$

理工学 研究科　理工学 専攻　物理学 領域　（博士前期/修士）

試験科目：理工基礎（物理学基礎）　　試験時間：　９：３０−１２：００（１５０　）分

**注意事項**

1. 試験問題は6問（$\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$）である。この中から5問を選んで解答せよ。
   5問を超えて解答してはならない。

2. それぞれの解答用紙に，1問のみ解答すること。

3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号，氏名，問題番号を記入すること。

4. 解答用紙に受験番号，氏名，問題番号の記入がない場合，その解答は無効とする。

5. 解答できなかった場合も，受験番号，氏名，および問題番号を記入した解答用紙を提出すること。
   すなわち，各受験生は，初めに配布された5枚の解答用紙をすべて提出すること。

$\boxed{1}$

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 3 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。

(1) $A$ の全ての固有値および対応する固有ベクトルを求めよ。

(2) $P^{-1}AP$ が対角形になるような正則行列 $P$ を求め、$A$ を対角化せよ。

(3) $A$ の逆行列 $A^{-1}$ を求めよ。

2. 次の行列 $B$ の行列式の値を求めよ。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & 0 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ a^2 & 0 & 1 & a \\ a & a^2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2

1. 次の微分方程式の解 $y = y(x)$ を求めよ。

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 2xy = 4x, \quad \text{ただし，} y(0) = 0.$$

2. 3次元空間内の曲面

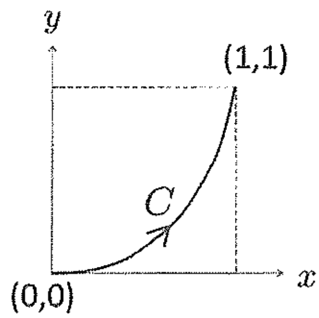
$$S: \ x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6,$$

が与えられている。$S$ 上の点 $(1,1,1)$ における曲面 $S$ の接平面を求めよ。

3. $xy$ 平面上で次のようにベクトル場 $\boldsymbol{F}$ と，$(0,0)$ から点 $(1,1)$ へ向かう曲線 $C$ が与えられている。

$$\boldsymbol{F} = xy^2\,\boldsymbol{e}_x + x^2y\,\boldsymbol{e}_y,$$

$$C: \ y = x^2, \ \ 0 \le x \le 1.$$




このとき次の線積分を求めよ。
ただし，$\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}x\,\boldsymbol{e}_x + \mathrm{d}y\,\boldsymbol{e}_y$ である。

$$\int_C \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}.$$

4. 次の積分を評価せよ。ただし，$k$ と $a$ は正の実数とする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos kx}{x^2+a^2}\,\mathrm{d}x.$$

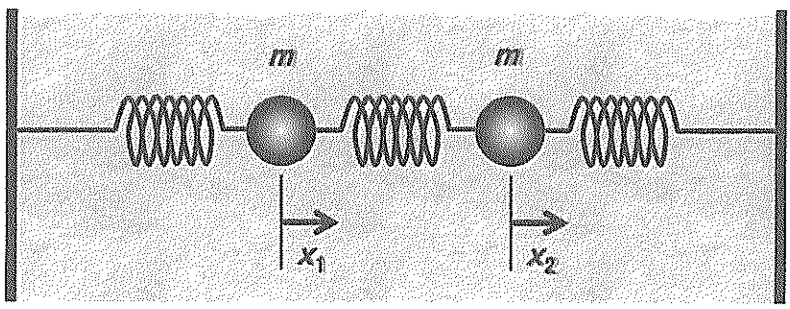
# 3

質量 $m$ の 2 つのおもりと、バネ定数が $k$ の 3 本の軽いバネをつないで、図のように滑らかな床の上に置いた。バネの両端は壁に固定してある。2 つのおもりのバネ方向の変位をそれぞれ $x_1$、$x_2$ とし、$x_1 = 0$、$x_2 = 0$ の平衡状態ではバネはすべて自然長になっているとする。

(1)　$x_1$、$x_2$ に対する運動方程式を書け。

(2)　上で求めた運動方程式に対し、$x_1$ と $x_2$ の和と差 $y_1 = x_1 + x_2$、$y_2 = x_1 - x_2$ を考えることによって、2 つの基準振動を求めよ。

(3)　2 つのおもりを $x_1 = 0$、$x_2 = d$ の状態に固定していた手を、時刻 $t = 0$ にそっと離した。それ以降の $x_1$、$x_2$ の運動を求めよ。




(4)　次に、固体中の原子の振動（格子振動）を考えるために、上記と同じおもりとバネが交互に長くつながった系を考える。このとき、$s$ 番目のおもりの変位を $u_s$ とする。また、平衡状態でのおもり間の距離を $a$ とする。$u_s$ に対する運動方程式を書け。

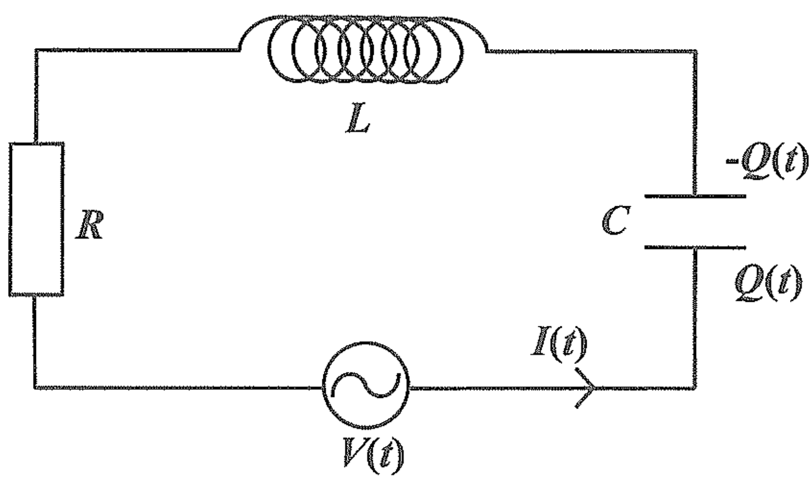
(5)　$u_s$ の運動として波数 $q$ をもつ進行波を仮定し、$u_s = U\exp[-i(qsa-\omega t)]$ とする。系の両端では周期境界条件が成り立っているものとして、固有角振動数 $\omega$ と波数 $q$ の関係（分散関係）を求めよ。

(6)　(5) で求めた分散関係の概形を図示せよ。

4

図のように、抵抗値 $R$ の抵抗、インダクタンス $L$ のコイル、静電容量 $C$ のコンデンサーを、電圧 $V(t)$ を発生する交流電源と直列につないだ回路がある。回路に流れる電流を $I(t)$（図中の矢印の向きを正とする）, コンデンサーに蓄えられている電荷を $Q(t)$ とする。

1. キルヒホッフの法則を用いて, 抵抗, コイル, コンデンサーのそれぞれの両端の電圧と電源電圧 $V(t)$ との関係式を, $I(t)$ および $Q(t)$ を使って記述せよ。また, $I(t)$ と $Q(t)$ の関係を表せ。
2. 1. において, 電源電圧 $V(t)$ が周波数 $\omega$ の正弦波であるとして, $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$, $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$, $Q(t) = Q_0 e^{i\omega t}$ とおく。これらを 1. に代入し, 複素インピーダンス $Z$ を求めよ。ただし, $Z$ は $V_0 = ZI_0$ で定義されるとする。
3. 2. の結果から, インピーダンス $|Z|$（複素インピーダンス $Z$ の絶対値）と, 電圧 $V(t)$ に対する電流 $I(t)$ の位相遅れ $\phi$ を求めよ。
4. 共振周波数 $\omega_0$ を求めよ。



5

3次元自由粒子系を考える。体積は $V$，全粒子数は $N$，粒子密度は $n = N/V$ とする。粒子の質量は $m$ である。粒子の運動量ベクトルを $\boldsymbol{p} = (p_x, p_y, p_z)$ とすると運動エネルギーは $\dfrac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$ となる。よってエネルギーが $\varepsilon$ 以下の状態の数 $N(\varepsilon)$ は，$\frac{p_x^2+p_y^2+p_z^2}{2m} < \varepsilon$ を満たす状態数を数えればよい。

1. 半径 $\sqrt{2m\varepsilon}$ の3次元球の体積を求めることにより $N(\varepsilon) = \dfrac{1}{(2\pi\hbar)^3}\displaystyle\int_{p_x^2+p_y^2+p_z^2<2m\varepsilon} \mathrm{d}\boldsymbol{p}\mathrm{d}\boldsymbol{x}$ を計算せよ。$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$, $h$ はプランク定数である。
2. $N(\varepsilon)$ を $\varepsilon$ で微分することにより，1粒子状態密度 $\rho(\varepsilon)$ を求めよ。

古典粒子の場合，圧力を $P$ とすると，状態方程式は $PV = Nk_{\mathrm{B}}T$ となり，内部エネルギー $E = \frac{3}{2}Nk_{\mathrm{B}}T$ を使って，$PV = \frac{2}{3}E$ とかける。
次に，フェルミ粒子の場合を考えよう。

3. 圧力 $P$ と体積 $V$ の積を内部エネルギー $E$ を用いて表せ。
4. 絶対零度における圧力 $P$ を粒子密度 $n$ とフェルミ・エネルギー $\varepsilon_{\mathrm{F}}$ で表せ。

最後に，粒子がフォトンの場合を考える。フォトンの運動量ベクトルを $\boldsymbol{p} = (p_x, p_y, p_z)$ とすると，エネルギーは $c\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}$ ($c$ は光速) である。

5. 圧力 $P$ と体積 $V$ の積を内部エネルギー $E$ を用いて表せ。
6. 単位体積あたりの内部エネルギーを，プランク定数 $h$, 光速 $c$, 温度によるエネルギー $k_{\mathrm{B}}T$ の関数として

$$\frac{E}{V} = a(k_{\mathrm{B}}T)^x h^y c^z$$

と仮定する。$a$ は無次元の定数である。次元解析により $x, y, z$ を求めよ。
7. 温度が10倍になると圧力は何倍になるか？

6　$z$ 軸方向の一様な磁場中に置かれたスピン $\frac{1}{2}$ の粒子に対するハミルトニアンは，定数 $\omega$ を用いて

$$H = \omega s_z$$

と表せる．ここで $s_z$ はスピン演算子 $\boldsymbol{s} = (s_x, s_y, s_z)$ の $z$ 成分で固有値方程式

$$s_z|\uparrow\rangle = \frac{\hbar}{2}|\uparrow\rangle, \quad s_z|\downarrow\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\downarrow\rangle$$

を満たす．必要であれば下記の関係式を用いて良い．

$$[s_k, s_l] = i\hbar\epsilon_{klm}s_m \quad (k, l, m = 1, 2, 3),$$

$$(s_x + is_y)|\downarrow\rangle = \hbar|\uparrow\rangle, \quad (s_x + is_y)|\uparrow\rangle = 0, \quad (s_x - is_y)|\uparrow\rangle = \hbar|\downarrow\rangle, \quad (s_x - is_y)|\downarrow\rangle = 0$$

1. スピン演算子 $s_x$, $s_y$, 及び, $s_z$ に対する運動方程式を求めよ．

2. 小問 1. で得られた方程式のうち $s_x$, $s_y$ に対して行列表示

$$i\hbar\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = i\hbar A \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} \tag{1}$$

をしたとき，$2 \times 2$ 行列 $A$ を求めよ．

3. 行列 $A$ の固有値，固有ベクトル，対角化された行列 $D$ を求めよ．ただし，固有ベクトルの長さの絶対値は 1 とする．

4. 対角化された行列 $D$ を用いると式 (1) は

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} s'_x \\ s'_y \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} s'_x \\ s'_y \end{pmatrix} \tag{2}$$

と変形できる．このとき演算子 $s'_x$ と $s'_y$ をスピン演算子 $s_x$ と $s_y$ を用いて表せ．

5. 初期時刻 $t = 0$ で状態ベクトルが

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$$

と与えられたとき，式 (2) を解いて時刻 $t$ における演算子 $s'_x$ と $s'_y$ の期待値を求めよ．

6. 時刻 $t$ におけるスピン演算子 $s_x$ と $s_y$ の期待値を求めよ．

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第　外国語（　）／ 専門科目（化学基礎）

試験時間：（　１５０　）分

注意

1. 試験問題は6問（$\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$）である。すべての問に対する正解をもって満点とする。
2. それぞれの解答用紙に，1問のみを解答すること。
3. 配布された6枚の解答用紙すべてに受験番号，氏名，問題番号を記入すること。
4. 解答用紙に受験番号，氏名，問題番号の記入がない場合，その解答は無効とする。
5. 計算問題においては，関数電卓を使用してよい。解答は，ことわりのない問については有効数字3桁で求めよ。解答に至るまでの説明や計算過程をわかりやすく記すこと。
6. 記述した内容によって部分点を与えることがあるので，完全な解答に至らない場合でも，わかるところまで記せ。
7. 必要ならば次の物理定数および単位換算を用いよ。

（物理定数）

気体定数：$R = 8.314\ \mathrm{J\ K^{-1} mol^{-1}} = 0.08206\ \mathrm{dm^3\ atm\ K^{-1}\ mol^{-1}}$

真空中の光速度：$c = 2.998\times10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

Planck 定数：$h = 6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\ s}$

Avogadro 定数：$N_A = 6.022\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$

ファラデー定数　$F = 9.649\times10^{4}\ \mathrm{C\ mol^{-1}}$、

（単位換算式）

圧力：$1\ \mathrm{atm} = 1.013\times10^{5}\ \mathrm{Pa}$

絶対零度　$0\ \mathrm{K} = -273.15\ ^\circ\mathrm{C}$

理工学　専攻　　領域（博士前期／修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第　外国語（　）／専門科目（化学基礎）

試験時間：（　１５０　）分

1 次の文章を読み問 1 ~ 問 4 に答えよ。

系が自由にその体積を変化できるとき，供給される熱エネルギーとともに，系の変化に伴うエネルギー変化を考える。そしてこのとき，エンタルピー $H$ が新しいエネルギー項（状態関数）として現れ，式(1)のように定義される。

$$H = U + pV \qquad (1)$$

ここで $p$ は系の圧力，$V$ はその体積，$U$ は内部エネルギーである。また，$T$ は系の温度とする。ただし，熱量および仕事は以下のように定義する。

$$q = \text{系が得た熱量}$$
$$w = \text{系が得た仕事}$$

問1 大気圧のもと，ある容器の中で起こる反応に伴う系のエンタルピー変化 $\Delta H$ を数式で示せ。ただし，系の状態における無限小の変化を，式(2)のように定義する。

$$\begin{aligned} U &\rightarrow U + dU \\ H &\rightarrow H + dH \end{aligned} \qquad (2)$$

特に，膨張の仕事だけを仮定するなら，$dw = -p\,dV$ とする。

問2 開放したビーカーに水を入れ，電熱器を浸して 36 kJ のエネルギーを加えた。水のエンタルピー変化 $\Delta H$ は，何 J か。

問3 温度 273 K および気圧 1 atm における氷と水の密度はそれぞれ 0.9168 g/cm$^3$ と 0.9998 g/cm$^3$ である。1 atm のもとで，1 mol の融解の $\Delta H$ と $\Delta U$ の差（$\Delta H - \Delta U$）は，何 J か。ただし，$H_2O$ の分子量を 18.02 g/mol とする。

問4 1 atm のもとで，水 1 mol の蒸発における $\Delta H$ と $\Delta U$ の差を求めたところ，

$$\Delta H - \Delta U = 3060 \text{ J} \qquad (3)$$

であった。問 3 にて得られた値とともに，融解および蒸発におけるエンタルピーおよび内部エネルギーについて特徴を述べよ。

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　　）／専門科目　（　化学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

2　次の文章を読み問 1～ 問 3 に答えよ。

一次元の調和振動子を考える。放物線ポテンシャルエネルギーの中を，エネルギー$E$を持ち運動している質量$m$の粒子に対する時間に依存しないシュレーディンガー方程式は，式(1)のようになる。

$$\hat{H}\Psi = -\frac{h^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{1}{2}kx^2\Psi = E\Psi \qquad (1)$$

ここで，

$$\hat{H} = \hat{T} + V(x)\,;\ \hat{T} = -\frac{h^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} \quad \text{and} \quad V(x) = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (2)$$

であり，$\hat{H}$はハミルトニアン演算子である。

問1　式(2)において，演算子$\hat{T}$はエルミート演算子であることを示せ。ただしエルミート演算子とは，次の関係式（式(3)）が当てはまる演算子$\hat{\Omega}$である。また，波動関数は無限遠でゼロであることを利用する。

$$\text{エルミート性：}\quad \int_{-\infty}^{\infty}\Psi_i^*\,\hat{\Omega}\,\Psi_j\,\mathrm{d}x = \left\{\int_{-\infty}^{\infty}\Psi_j^*\,\hat{\Omega}\,\Psi_i\,\mathrm{d}x\right\}^* \qquad (3)$$

問2　式(1)を解くと，固有エネルギー（固有値）$E$を式(4)のように得た。

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega\,;\quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{and} \quad n = 0, 1, 2, \cdots \qquad (4)$$

ポテンシャルエネルギー $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ に対し，固有エネルギーは，振動量子数$n$に依存し，どのような準位となったか，ポテンシャルエネルギー曲線と共に図示し，特徴を述べよ。

問3　式(1)を解くと，波動関数（固有関数）を式(5)のように得た。

$$\Psi_n(x) = C_n H_n(y)\exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\,;\quad y = \frac{x}{\alpha} \quad \text{and} \quad \alpha = \left(\frac{h^2}{mk}\right)^{1/4} \qquad (5)$$

ただし，$C_n$は規格化定数であり($C_n^* = C_n$)，$H_n(y)$はエルミート多項式である。

$$yH_n(y) = nH_{n-1}(y) + \frac{1}{2}H_{n+1}(y)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(y)H_n(y)\exp(-y^2)\,dy = \begin{cases} 0 \cdots\cdots\cdots\cdots m \neq n \\ \pi^{1/2}2^n n! \cdots m = n \end{cases} \qquad (6)$$

特に，$H_0(y) = 1$，$H_1(y) = 2y$，$H_2(y) = 4y^2 - 2$ である。そこで，次の式(7)を用いて振動量子数$n = 1$の波動関数$\Psi_1(x)$における座標の期待値$\langle x \rangle$を求めよ。また，この値$\langle x \rangle$は，振動子の平均変位であることから，波動関数の特徴を述べよ。

$$\hat{\Omega}\text{の期待値：}\quad \langle\hat{\Omega}\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi_n^*\,\hat{\Omega}\,\Psi_n\,\mathrm{d}x \qquad (7)$$

理工学　専攻　領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第　外国語（　）／ 専門科目（　化学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

3 次の問 1～問 3 に答えよ。 解答の計算および説明は、途中過程を省略せずに記述すること。

問 1 酸と塩基の化学反応式 A～D の左辺におけるそれぞれの化学種(化合物あるいはイオン)について、括弧【】内の定義に基づき"酸"および"塩基"として機能する化学種を示せ。また、それらの化学種が何故その定義に該当するか、理由を説明せよ。
（該当する"酸"、"塩基"が存在しない場合には、「酸・塩基なし」と示し、その理由を説明せよ。）

A. $CH_3COOH + H_2O \rightarrow CH_3COO^- + H_3O^+$ 【Brønsted-Lowry の定義】
B. $CH_3COO^- + H_3O^+ \rightarrow CH_3COOH + H_2O$ 【Brønsted-Lowry の定義】
C. $NH_3 + H_2O \rightarrow NH_4^+ + OH^-$ 【Lewis の定義】
D. $Cu^{2+} + 4\,H_2O \rightarrow [Cu(H_2O)_4]^{2+}$ 【Lewis の定義】

問 2 キレート化合物の形成について、次の(1)～(2)に答えよ。

(1) 0.200 mol $dm^{-3}$ の $Mg^{2+}$イオン水溶液 50 $cm^3$ に対して、0.200 mol $dm^{-3}$ の EDTA 水溶液 50 $cm^3$を滴下したところ、Mg : EDTA = 1:1 の錯体が形成された。この錯体の条件安定化定数が $10^{8.8}$ $mol^{-1}$ $dm^3$であるとした場合、その水溶液中で EDTA と反応せずに残存する $Mg^{2+}$イオンの物質量単位:mol)を求めよ。

(2) $Ca^{2+}$イオン水溶液における $Ca^{2+}$濃度を、EDTA を用いたキレート滴定により決定した。滴定を始める前、pH 10 の条件に調整した $Ca^{2+}$イオン水溶液に対して金属指示薬 BT を少量添加したところ、水溶液は赤紫に呈色した。その後、水溶液に EDTA を滴下し続けたところ、当量点で液の色は青色へと変化した。"BT 添加時に赤紫色に呈色した原因"および"当量点で青色に変化した原因"のそれぞれについて、文章および化学反応式を用いて説明せよ。

問 3 亜鉛および銅電極を用いたダニエル電池 $Zn \mid Zn^{2+} \parallel Cu^{2+} \mid Cu$ について、次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 発電時に各電極で生じる化学反応を、半反応式を用いてそれぞれ示せ。

(2) 発電時に電池内で、"酸化される化学種（単体あるいはイオン）"および"還元される化学種（同前）"をそれぞれ示せ。

(3) 電解質のイオン濃度を$[Cu^{2+}] = 1.000\times10^{-1}$ mol $dm^{-3}$ および$[Zn^{2+}] = 1.000\times10^{-2}$ mol $dm^{-3}$、温度を 20 °C としたときの電池の起電力（単位:V）を求めよ。
（Cu および Zn の標準電極電位をそれぞれ $E^\circ_{Cu2+,Cu}$=0.337 V および $E^\circ_{Zn2+,Zn}$= -0.763 V とし、いずれの溶液も溶質の活量係数$\gamma$ = 1 として計算せよ。）

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　領域（博士前期／修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第　外国語（　）／専門科目（化学基礎）

試験時間：（　１５０　）分

4　次の問 1～問 3 に答えよ。解答の計算および説明は、途中過程を省略せずに記述すること。

問 1　イオン化エネルギーについて、次の(1)～(2)に答えよ。

(1)　“イオン化エネルギー”の定義について説明せよ。

(2)　水素(原子番号:1)からカルシウム(原子番号:20)までの元素について、周期表の下(＝高周期)に位置する元素ほど低いイオン化エネルギーを有することが判明している。その原因について説明せよ。

問 2　分子の構造について、次の(1)～(2)に答えよ。

(1)　分子や多原子イオンの形を予想する際に使われる“原子価殻電子対反発(VSEPR)理論”について、その基本的な考え方を説明せよ。

(2)　$CH_4$、$NH_3$、$H_2O$ の3つの分子について、それらのルイス構造を示し、VSEPR 理論に基づき各分子における H–X–H 結合角(X = C, N, O)の大小関係を説明せよ。

問 3　金属錯体について、次の(1)～(2)に答えよ。

(1)　金属錯体$[Cr(en)_2(NH_3)_2]^{3+}$ [en: エチレンジアミン $H_2N(CH_2)_2NH_2$]について、その異性体の構造をすべて示し、異性体それぞれの光学活性について説明せよ。

(2)　$[Cr(OH_2)_6]^{3+}$(紫色)や$[Cr(NH_3)_6]^{3+}$(黄色)など、dブロック元素を中心金属イオンとして持つ八面体金属錯体の多くは特有の呈色を示すことが知られている。その原因の一つである“d–d 遷移”について説明せよ。

理工学　専攻　　　　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　　）／ 専門科目　（　化学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

5 次の問 1～問 5 に答えよ。

問 1　以下の示す化合物(1)～(3)の構造式を示せ。必要に応じて立体化学が明らかになるよう示すこと。

(1) (Z)-5-エチル-3-ヘプテン-1-オール

(2) 3,3-ジブロモシクロヘキサノン

(3) 1-クロロ-4-メチル-2-ニトロベンゼン

問 2　次の化合物群について、例にならって左から並べよ。

例）エタン、デカン、メタンを分子量の大きい順に：　デカン ＞ エタン ＞ メタン

(1) 1-ヨードブタン、1-ブロモブタン、1-クロロブタンを求核置換反応の反応速度が速い順に左から並べよ

(2) 1-クロロヘキサン、1-ヘキサノール、ヘキサンを沸点の高い順に左から並べよ。

(3) 負電荷を帯びた化学種 $^{-}$OH、$^{-}CH_3$、$^{-}NH_2$ を、塩基性の高い順に左から並べよ。

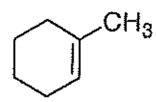
問 3　次の問題に答えよ。

(1) 3-ペンタノンに LDA（＝リチウムジイソプロピルアミド） などの塩基を反応させたところ、アニオン性の化学種が生じた。この化学種の共鳴構造を電子の押し出し矢印とともに示せ。

(2) トルエンに硝酸と硫酸を用いてニトロ化反応を施したところ、4-ニトロトルエンが主生成物として得られた。この反応においてニトロニウムイオンがトルエンへ求電子攻撃したときに生じる反応中間体がとり得る共鳴構造を全て示せ。

問 4

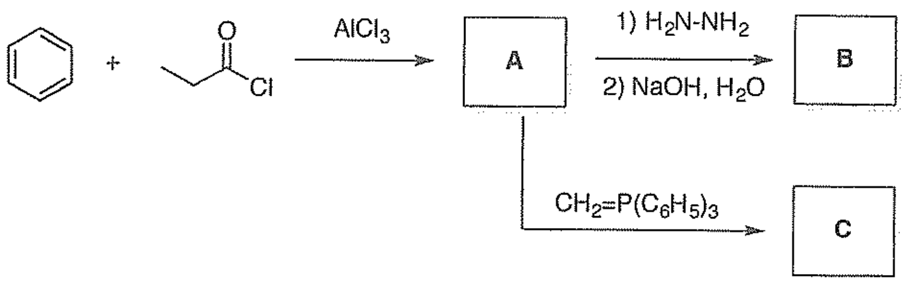
1-メチルシクロヘキセン(M)に対して、(p), (q), (r)の試薬が反応したときに予想される主生成物の構造を示せ。必要に応じて立体化学が明らかになるように示すこと。ただし光学異性体がある場合は、一方の異性体のみ描けばよい。




M

(p) $Cl_2$ ($CH_2Cl_2$ 溶媒中)　(q) $Br_2$, $H_2O$ 中　(r) $O_3$，続いて Zn

問 5. 次の反応の生成物 A～C の構造と、それらを与える反応名をそれぞれ示せ。



理工学　専攻　領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第　外国語（　）／専門科目（　化学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

6　次の問 1～問 5 に答えよ。

問 1　以下の示す化合物(1)～(3)の構造式を示せ。分子がキラルである場合は、一つの光学異性体について示し、その絶対配置($R$,$S$)を図中に示すこと。

(1) 3-methylcyclohex-3-enol

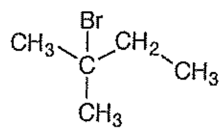
(2) 2-ethyloxirane (2-ethyloxacyclopropane, 1-butene oxide に同じ)

(3) (2$E$,5$E$)-hepta-2,5-dien-4-ol

問 2.

(1) 一方のエナンチオマーのみからなる($R$)-3-ブロモ-3-メチルヘキサンを水中で加熱したところ、3-メチル-3-ヘキサノールのラセミ混合物が得られた。出発物質の立体化学が失われた理由を、反応中間体を図示して簡単に説明せよ。

(2) 2-ブロモ-2-メチルブタン(B)とナトリウムメトキシドをメタノール中で反応させたところ、E2 脱離の結果生じたと考えられる生成物が優先的に得られた。この主生成物の構造を示せ。またそれが優先的に得られた理由を、この規則の名称と共に簡単に説明せよ。




B

問 3.

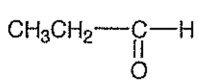
次の III 群の化合物(P), (Q), (R)を合成したい。ただし I 群にある化合物(a)～(d)のいずれか一つを出発物質とし、II 群の(e)～(h)を反応物、試薬として使えるものとする。反応を設計し、I, II, III 群の組み合わせを示せ。ただし II 群の(e)～(h)は何回用いてもよい。

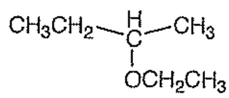
I 群　(a) 1-ペンテン　(b) 1-ペンチン　(c) 1-ペンタノール　(d) 2-ペンタノール

II 群　(e) $K_2Cr_2O_7$, $H_2SO_4$, $H_2O$　(f) $NaBH_4$　(g) $BH_3$、続いて $H_2O_2/NaOH_{aq}$　(h) HBr

III 群　(P) 2-ペンタノン　(Q) 1-ブロモペンタン　(R) 2,2-ジブロモペンタン

問 4. 次の化合物[1]を出発物質として[2]を合成したい。合成方法を考案せよ。
ただし(a)～(d)の試薬を必ず用いること。他に必要な試薬があれば加えてよい。

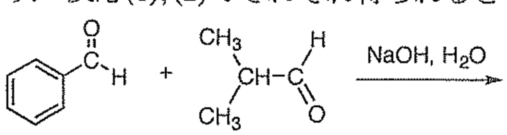
[1] 


[2] 

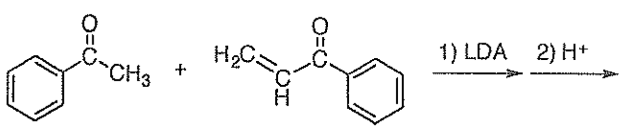

(a) Mg　(b) $CH_3CH_2Br$　(c) $CH_3I$　(d) NaH

問 5. 次の反応(1), (2)でそれぞれ得られると予想される生成物の構造を示せ。

(1)




(2)




LDA = lithium diisopropylamide

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　生物科学　領域（ 博士前期/修士 ）

試験科目：第　外国語　（　　　　）／ 専門科目 （ 生物科学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

注意事項

1. 問題用紙は本ページを含め３ページ、７問である。

問題 $\boxed{1}$ は全員解答すること。問題 $\boxed{2}$ ～ $\boxed{7}$ からは３問選択して解答すること。問題 $\boxed{1}$ を含めて５問以上解答してはならない。

2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。なお、各解答用紙の最上部に、選択した問題番号を明記すること。

3. 配布された４枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。

4. 解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。

2018年度大学院入試問題（2017年　9月　13日実施）

理工学　専攻　生物科学　領域（博士前期 / 修士 ）

試験科目：第　外国語　（　　　）／ 専門科目　（　生物科学基礎　）

試験時間：（　150　）分

次の問題 1 は全員解答すること。

1　次の（1）～（5）の語句をそれぞれ120字程度で説明せよ。

（1）Gタンパク質共役型受容体

（2）ノックアウトマウス

（3）グラム陽性菌

（4）Km

（5）セントラルドグマ

以下の問題 2 ～ 7 より3問選択して解答すること。4問以上選択してはならない。

2　タンパク質とそれを構成するアミノ酸に関する以下の問1～問3に答えよ。

問1．ヒストンの分子表面にはリシンやアルギニンが多数存在する。これらのアミノ酸がどのように働くのかを説明せよ。

問2．鎌状赤血球症を引き起こす異常ヘモグロビンは、正常ヘモグロビンに比べて、$\beta$鎖の6番目のグルタミン酸がバリンに置換されて溶解度が著しく低下している。溶解度が低下した理由を説明せよ。

問3．プロリンはタンパク質の$\alpha$ヘリックス中にはほとんど見いだされない。その理由を説明せよ。

3　生化学実験に関する以下の問1、問2に答えよ。

問1．タンパク質の分子量や純度を検定するために行う電気泳動実験では、以下の変性剤①～③を用いることが多い。それぞれどのような原理でタンパク質を変性させるかを説明せよ。

① ドデシル硫酸ナトリウム（SDS）

② 2-メルカプトエタノール

③ グアニジン塩酸塩または尿素

問2．エタノール沈殿について、どのような操作を行うのかを簡潔に示し、DNA が沈殿する原理を説明せよ。

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　生物科学　領域（博士前期／修士）

試験科目：第　外国語（　）／専門科目（生物科学基礎）

試験時間：（　１５０　）分

4　1970年代後半にサンガーらによって、精製した任意のDNA断片の塩基配列を解析する方法が開発された。この方法について、その原理を含めて図などを用いてできるだけ具体的に説明せよ。

5　ヒトの体内では、細胞同士は様々な方法で情報伝達を行う。それらの方法のうち、パラクリン型伝達と内分泌型伝達について、それぞれの特徴と違いがわかるように説明せよ。

6　次の文章を読んで、以下の問１、問２に答えよ。

（文章）ある哺乳類細胞において、３種類のキナーゼ（A, B, C）が構成するシグナル経路を介して細胞増殖が亢進することがわかった。そこで、これら３種類のキナーゼがどの順番で活性化してシグナル経路を形成しているかを調べることにした。まず、キナーゼの優性阻害型（ドミナントネガティヴ型）と恒常的活性型を用いて細胞の増殖を指標にした次の実験１と実験２を行った。

実験１：キナーゼAの優性阻害型とキナーゼBの恒常的活性型を共発現したところ、細胞増殖が亢進した。

実験２：キナーゼAの優性阻害型とキナーゼCの恒常的活性型を共発現したところ、細胞増殖が亢進した。

問1. 実験１の結果から、キナーゼAとキナーゼBのどちらがシグナル経路の上流で働くかを答えよ。

問2. 実験１と実験２の結果から３種類のキナーゼの活性化の順番がわかるか。わかればその順番を答えよ。わからない場合は次にどのような実験を行うか、その結果も含めて説明せよ。

7　遺伝に関する最初の定量的な実験は１９世紀にオーストリアの修道院でグレゴール・メンデルによって行われた。メンデルの実験と法則に関する以下の問１～問３に答えよ。

問１. メンデルの遺伝に関する実験はエンドウマメを用いて行われた。エンドウマメが遺伝実験に適していた理由を３点あげて説明せよ。

問２. メンデルが遺伝実験の結果から導きだした三つの法則についてそれぞれの名称と内容を100字以内で説明せよ。

問３. メンデルの遺伝の法則には例外がみられるものもある。それぞれの遺伝の法則についてどのような例外があるか、その内容を具体的に説明せよ。例外がない法則については「例外はない」と示せ。

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　機械工学　領域（博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~ ／ 専門科目　（機械工学基礎）

試験時間：（ 150 ）分

**注意事項**

1．試験問題は４問である．すべての問に対する正解をもって満点とする．

2．$\boxed{1}$～$\boxed{3}$の解答は，それぞれの解答用紙に，１問のみを解答すること．また，$\boxed{4}$については７つの設問から２つを選択して，それぞれの解答用紙に一つの設問のみを解答すること．

3．解答できなかった場合も，受験番号，氏名，および問題番号を記入した解答用紙を提出すること．すなわち，各受験生は，始めに配布された５枚の解答用紙をすべて提出すること．

4．解答用紙に受験番号，氏名および問題番号の記入が無い場合，その解答は，無効とする．

理工学　専攻　機械工学　領域（博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~／専門科目（機械工学基礎）

試験時間：（150）分

$\boxed{1}$

（1）3行3列の行列 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & 1 & 3\\ -2 & 0 & 4\end{bmatrix}$ について，ベクトル $\mathbf{v}=\begin{Bmatrix}\alpha\\ 1\\ 1\end{Bmatrix}$ と $\mathbf{Av}$ とが線形従属であるとする．このとき $\alpha$ を求めよ．

（2）$f(x,y)=x^2e^y$ とするとき，$f(x+\Delta x, y+\Delta y)$ を $(x,y)$ まわりでテイラー展開し，$\Delta x, \Delta y$ の2次の項まで示せ．

（3）関数 $w=e^z$ で，$z=x+iy, w=u+iv$ とおく．ここに $i$ は虚数単位である．

① $u,v$ を $x,y$ で表せ．

② $w=e^z$ によって，$z$ 平面上の $0\le x\le 1, 0\le y\le \pi/2$ で表される長方形は $w$ 平面上のどのような図形に移るかを示せ．

（4）時刻 $t$ の実数値連続関数 $x(t)$ のラプラス変換 $L[x(t)]$ を次式で定義する．

$$L[x(t)]=\int_0^\infty x(t)e^{-st}dt$$

このとき，$L[e^{bt}\cos at]$ を求めよ．ただし，$a\neq 0, b\neq 0$ とする．

理工学　専攻　機械工学　領域（ 博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~ ）

試験科目：~~第　外国語（　　　　　）~~ ／ 専門科目 （ 機械工学基礎 ）

試験時間：（ 150 ）分

$\boxed{2}$

（1） $xy$ 平面において点 $(1,0)$ を通る曲線 $y=f(x)$ を考える．この曲線上の任意の点 $P(x, f(x))\ (x \neq 0)$ における接線を引く．この接線の傾きと, 原点 $O$ と点 $P$ を通る直線の傾きとの差が $x$ になるとき関数 $f(x)$ を求めよ．

（2） 領域 $D$ が $x \geq 0,\ y \geq 0,\ x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} \leq 1$ で与えられるとき，$\iint_D dxdy$ を計算せよ．

（3） 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5\dfrac{dy}{dx} + 4y = \sin x$ を解け．ただし，$y(0) = \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ とする．

（4） 微分方程式 $y\dfrac{dy}{dx} + y^2 = -x$ を解け．

２０１８年度大学院入試問題（２０１７年　９月　１３日実施）

理工学　専攻　機械工学　領域（ 博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~ ）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~ ／ 専門科目 （ 機械工学基礎 ）

試験時間：（ 150 ）分

3

（１）図１に示すように，左端を摩擦のないピンで支持された長さ $4l$ の剛な棒がばね定数 $k$ のばね２個で支えられている．棒の中心から $l$ だけ離れた２点の鉛直下方に集中荷重 $P_1, P_2$ が作用しているとする．棒の単位長さあたりの質量を $\mu$，重力加速度を $g$ とするとき，それぞれのばねに生じる力と変位を求めよ．$k$ は十分大きく，変位は $l$ に比べて小さいと仮定してよい．

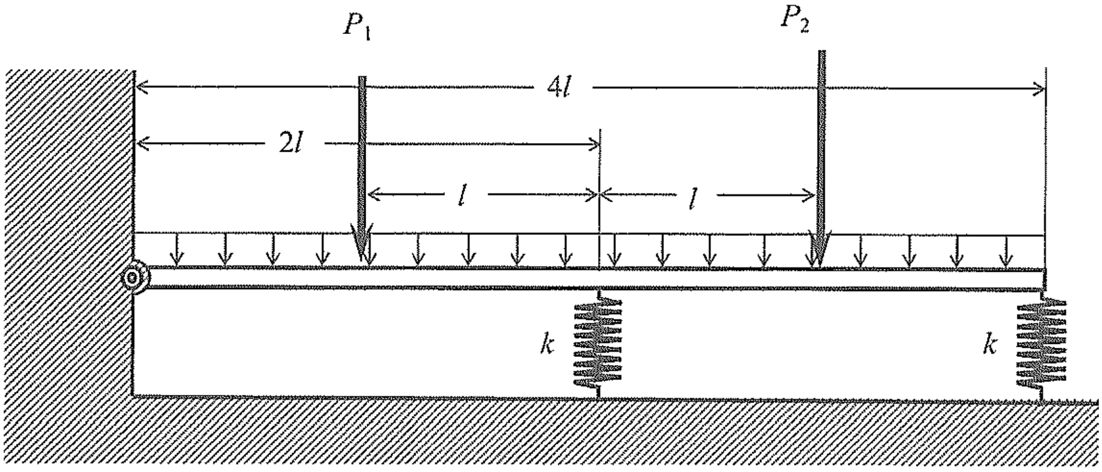



図１

（２）図２に示すように半径 $r$ の半球に，半球と同じ半径で高さが $h$ の円柱が接合された密度が一様な物体を水平面上に置く．このとき以下の問いに答えよ．

① 物体の下部の半球の重心の位置を求めよ．

② この物体の釣り合いが安定であるために必要な高さ $h$ に関する条件を，理由とともに示せ．

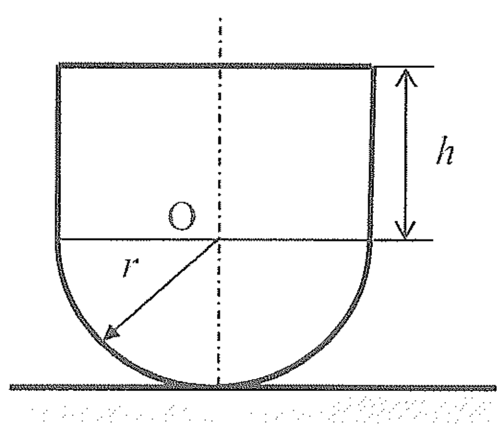



図２

理工学　専攻　機械工学　領域（博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~／専門科目　（機械工学基礎）

試験時間：（150）分

4

以下の（1）から（7）までの7つの設問から二つを選択し，一つの設問につき解答用紙1枚を使って解答せよ．

（1）材料力学

図3に示すように長さ $l$ のはりが支点 A, B で単純支持されている．左端から座標 $x$ をとったとき $f(x) = 2f_0 \times (x/l)$ と表される $x$ について線形に変化する下向きの分布荷重がはりに作用している．

① 支点 A, B での反力が等しくなるような支点 A の位置 $a$ とそのときの反力の値を求めよ．

② このときのせん断力分布と曲げモーメント分布を求めよ．

③ せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け．

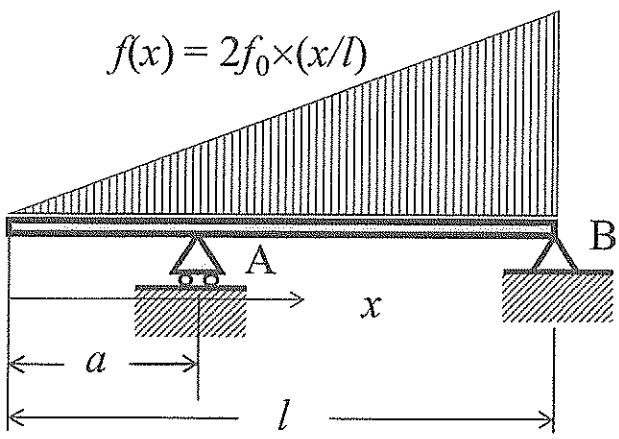



図３

理工学　専攻　機械工学　領域（ 博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~ ）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~／ 専門科目 （ 機械工学基礎 ）

試験時間：（ 150 ）分

（２）機械力学

図4に示す1自由度系について，以下の問いに答えよ．ただし，$m$, $c$, $k$はそれぞれ，質量，減衰係数，ばね定数を表す．

1．この系の運動方程式を立てよ．フリーボディダイアグラムを示すこと．

2．以下の問い(1)，(2)，(3)においては、$c<2\sqrt{mk}$とする．

(1)この系の不減衰固有角振動数$\omega_n$を求めよ．

(2)減衰比$\zeta$を $m$, $c$, $k$ を用いて表せ，さらに，$\zeta$と$\omega_n$を用いて減衰固有角振動数$\omega_d$を求めよ．

(3)この1自由度系の自由振動解を求めよ．

3．過減衰について時刻歴応答の一例を図示し，その現象の特徴を物理的に説明せよ．その際，質量，ばね定数，減衰係数などの物理的パラメータの及ぼす影響に言及すること．

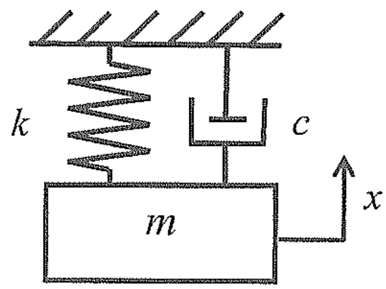



図４

理工学　専攻　機械工学　領域（ 博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~ ）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~ ／ 専門科目　（ 機械工学基礎 ）

試験時間：（ 150 ）分

（３）熱工学

ランキンサイクルのシステム構成図，温度－エントロピ線図などを示しその特徴を述べよ．

（４）流体工学

図５に示すような平行二平板間の二次元非圧縮性流れについて，次の問いに答えよ．ただし，速度分布 $u$ は次のように表わされる．

$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left(hy - y^2\right)$$

ここで，$\mu$ は粘度，$p$ は圧力，$h$ は流路幅，$x,y$ は直交直線座標であり，流れ方向に無限に長いとする．

1）　流路中央（$y=h/2$）で流速 $u$ が最大となることを示し，その最大流速 $u_{max}$ を求めよ．

2）　流路中央でのせん断応力 $\tau_0$ と壁上 ($y=0$) でのせん断応力 $\tau_w$ をそれぞれ求めよ．

3）　渦度の絶対値が最大になる位置とその値を求めよ．

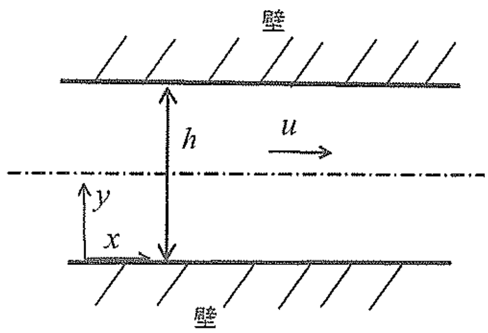



図５

理工学　専攻　機械工学　領域（博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~）

試験科目：~~第　外国語（　　　）~~／専門科目（機械工学基礎）

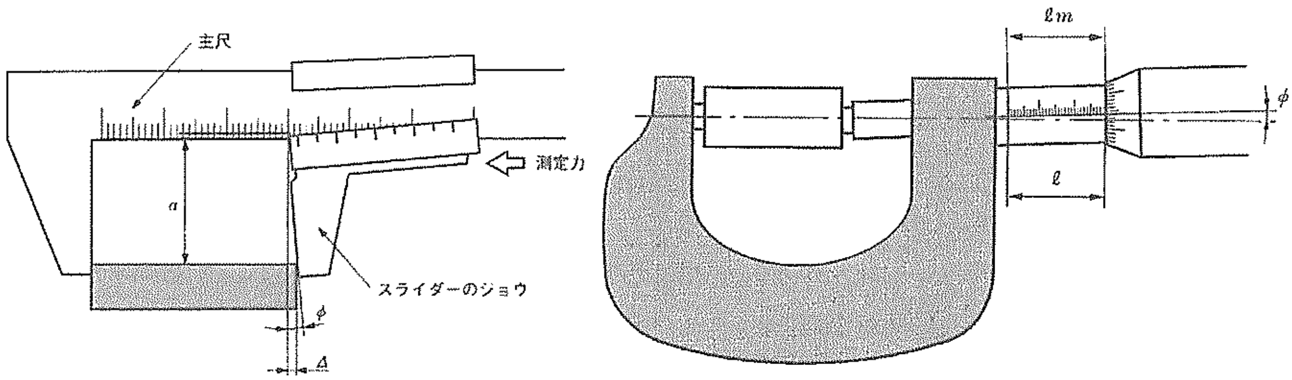
試験時間：（150）分

（5）精密工学

図６はノギス及びマイクロメータの概略図であり，両者とも測定物を挟む機構が$\phi$傾いて誤差$\varDelta$が生じた状態にある．下記の問に答えよ．

（1）　測長の基礎であるアッベの原理を図６のノギスとマイクロメータを例に述べよ．

（2）　図６のノギスとマイクロメータそれぞれの測長誤差$\varDelta$をマクローリン展開により近似的に求め測定誤差の大小を比較せよ．




ノギス　　　　マイクロメータ

図６

理工学　専攻　機械工学　領域（ 博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~ ）

試験科目：~~第　外国語（　　　　　　）~~ ／ 専門科目　（ 機械工学基礎 ）

試験時間：（ 150 ）分

（6）制御工学

つぎの微分方程式によって与えるシステムについて以下の設問に答えよ。ただし、$u(t)$ と $y(t)$ はそれぞれ入力と出力である。

$$\frac{d^3y}{dt^3}+13\frac{d^2y}{dt^2}+32\frac{dy}{dt}+20y=10u$$

① 積分要素と比例要素のみでこのシステムのブロック線図を描け。

② このシステムの状態方程式を求めよ。

③ このシステムの可制御性と可観測性を調べよ。

④ このシステムの伝達関数 P(s) を求めよ。

⑤ このシステムのインパルス応答を求めよ。

⑥ このシステムの出力をステップ状参考入力 $r(t)=1$ に追従させるため、図7のようなフィードバック系を構成する。制御器を $C(s)=K$ としたとき、閉ループ系の安定性を保証するゲイン $K$ の範囲を求め、位置追従誤差を求めよ。

⑦ 制御器 C(s) をそのボード線図（折れ線近似）が図8に示すものにしたとき、閉ループ系の定常誤差と安定性について考察せよ。ただし、$h>1$ は定常ゲインである。

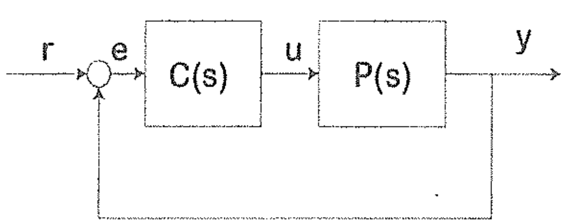



図７

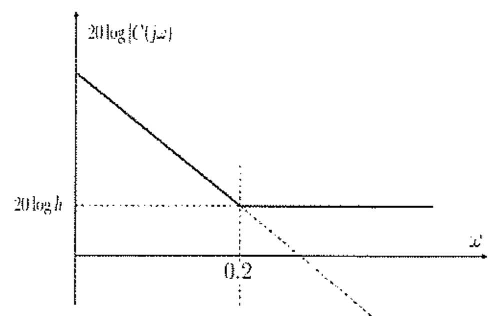



図８

理工学　専攻　機械工学　領域（ 博士前期/修士・~~博士後期・前後期共通~~ ）

試験科目：~~第　外国語（　　　　）~~ ／ 専門科目 （ 機械工学基礎 ）

試験時間：（ 150 ）分

（７）材料科学

① bcc 単位格子において，以下の問いに答えよ.

(a) bcc 単位格子中の原子数を求めよ.

(b) bcc 格子の単位格子当りの原子充てん率を求めよ.

② 立方格子において，以下の方向と面を図示せよ.

(a) $[\bar{2}\ 1\ \bar{2}]$,　(b) $[0\ 1\ 0]$,　(c) $(\bar{2}\ 0\ 1)$,　(d) $(2\ \bar{1}\ \bar{3})$

③(1 1 1)と(1 1 0)を描き、交線のミラー指数を求めよ.

④ fcc 単位格子において，単位格子の格子定数を a として(1 0 0)の面密度を求めよ.

④ 金属材料の強化機構についてミクロな観点から説明せよ.

以上

理工学　専攻　電気・電子工学 領域（$\boxed{\text{博士前期}}$ / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　）／ 専門科目　（　電気・電子工学基礎　）

試験時間：（ １５０ ）分

**注意事項**

1. 試験問題は７問（$\boxed{1}$ ～ $\boxed{7}$）である。選択問題はないので，全問題に解答すること。

2. それぞれの解答用紙に，１問のみ解答すること。

3. 配布された７枚の解答用紙すべてに受験番号，氏名，問題番号を記入すること。

4. 解答用紙に受験番号，氏名，問題番号の記入がない場合，その解答は無効とする。

5. 白紙の解答用紙も持ち帰らず，７枚すべてを提出すること。

6. 計算用紙は３枚配布する。試験終了時に計算用紙は提出しなくてよい。

理工学　専攻　電気・電子工学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　　外国語　（　　　　　）／専門科目　（　電気・電子工学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

# 1

(1) 微積分に関する以下の問いに答えよ。

(a) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

(i) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\sqrt{y+1}}{x-1}$

(ii) $\dfrac{\mathrm{d}^{(n+2)}y}{\mathrm{d}x^{(n+2)}}+6\dfrac{\mathrm{d}^{(n+1)}y}{\mathrm{d}x^{(n+1)}}+5\dfrac{\mathrm{d}^{n}y}{\mathrm{d}x^{n}}=0$　($n$:自然数)

(b) 広義積分を用いるべきことに注意し，実数 $x$ に対する次の積分が収束するか発散するかを調べよ。

$$\int_0^2\frac{1}{x^2-2x+1}\mathrm{d}x$$

(2) $n$ 次の正方行列 $\mathbf{A}$ と $\mathbf{B}$ はそれぞれ次の関係を満たし，いずれも単位行列でも零行列でもないとする。このとき，次の問いに答えよ。

$\mathbf{A}^2=\mathbf{O}$　（$\mathbf{A}$ はべき零行列），　$\mathbf{B}^2=\mathbf{B}$　（$\mathbf{B}$ はべき等行列）

(a) $\mathbf{A}$ と $\mathbf{B}$ は逆行列を持つか否かをそれぞれ答えよ。

(b) 行列 $\mathbf{C}=\mathbf{A}+\mathbf{B}$ を考える。$\mathbf{C}^3-\mathbf{C}^2$，$\mathbf{C}^4-\mathbf{C}^3$ を，$\mathbf{A}$ と $\mathbf{B}$ からなる多項式を展開した形でそれぞれ表せ。

(c) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ であるとき，実数 $a\sim d$ が満たすべき条件を導き，$\mathbf{A}$ の例を一つ挙げよ。

(d) $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$ であるとき，実数 $e\sim h$ が満たすべき条件を導き，$\mathbf{B}$ の例を一つ挙げよ。

理工学　専攻　電気・電子工学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語（　　）／ 専門科目（ 電気・電子工学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

2

(a)

虚数単位を$i$とし、複素数$z$を$x+iy$と表現する形式を直交形式といい、その偏角は$\arg(z)$で表し、$n$を整数として一般角で考える。次の問いに答えよ。

(i)複素数$i$の$\arg(i)$を求めよ。

(ii)複素数$i$の複素数$\log_e(-144)$を直交形式で表わせ。

(iii)$1 \le |z-2i| \le 2, \dfrac{\pi}{4} \le \arg z \le \dfrac{\pi}{2}$の双方を満たす複素数$z$の複素平面上の領域をできるだけ詳しく図示せよ。

(b)

区分的になめらかな周期$2\pi$の実数関数$f(x)$に対する下記のようなフーリエ級数展開を考える。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(nx) + b_n\sin(nx)\right],\quad a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx,\ b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,dx$$

周期$2\pi$の関数$f(x) = x^2\ (0 < x < 2\pi)$をフーリエ級数展開したい。

(i) 関数$f(x)$を$[-6\pi, 6\pi]$の範囲でできるだけ詳しく図示せよ。

(ii) $a_0$を求めよ。

(iii) 関数$f(x)$のフーリエ級数展開を求めよ。

理工学　専攻　電気・電子工学 領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第　外国語（　　）／ 専門科目（ 電気・電子工学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

## 3

内側の電極Ａの外径が $a$，外側の電極Ｂの内径が $b$，軸長が $l$ である同軸円筒電極がある。いま，Ｂに対するＡの電位が $V$ ($V>0$) で一定に保たれているものとする。この同軸円筒電極について，ＡとＢの間が抵抗率 $\rho$ の物質で満たされている場合の電極間の抵抗 $R$ と，ＡとＢの間が誘電率 $\varepsilon$ の物質で満たされている場合の電極間の電気容量 $C$ を求め，$RC=\rho\varepsilon$ が成り立つことを示せ。電極の軸長は電極の半径に対して十分に長いものとしてよい。

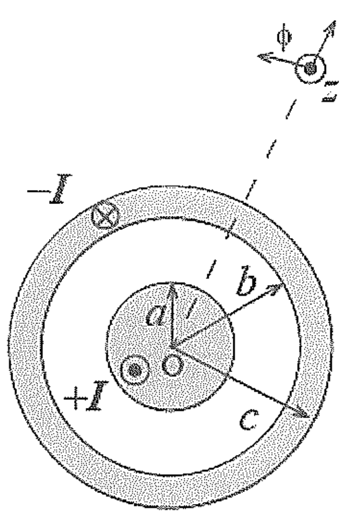
理工学　専攻　電気・電子工学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語（　　　）／ 専門科目（ 電気・電子工学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

## 4

右図は、半径 $a$ の円柱形状の内導体および内半径 $b$、外半径 $c$ の円筒導体で構成される無限長同軸導体である。今、内導体に $+z$ 方向の電流 $+I$、外円筒に $-z$ 方向の電流 $-I$ が各々導体断面に一様に流れている時、次の問いに答えよ。ただし、真空の透磁率 $\mu_0$ を用いよ。




(1) ① $0 < r \le a$, ② $a < r \le b$, ③ $b < r \le c$, ④ $c < r$ 各々の領域において発生する磁場の向きを、右図の座標系表記を用いて答えよ。ただし磁場が発生しない場合は「ゼロ」と表記せよ。

(2) 上記①～④の領域にアンペールの法則を適用して磁束密度 $B$ を $r$ の関数として求め、解答用紙に図示せよ。ただし、各々の領域の境界における磁束密度の値も明記せよ。

理工学　専攻　電気・電子工学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　　）／ 専門科目　（　電気・電子工学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

# 5

１．図１に示すダイオード回路に関する次の問いに答えよ。

（１）ダイオードを除く回路素子に対してテブナンの定理を適用して等価電圧源 $V_{Th}$ と等価抵抗 $R_{Th}$ を求め、等価回路を図示せよ。

（２）（１）で求めた等価回路定数を用いて、ダイオードから見た直流負荷線の式を求めよ。横軸を $v_D$、縦軸を $i_D$ としたときの傾き、x 切片、y 切片の値をそれぞれ示しなさい。

（３）図１の抵抗の値がそれぞれ $R_1=10\Omega$、$R_2=5\Omega$、$R_3=20\Omega$ であり、ダイオードの特性が図２で表されるとき、ダイオードに電流が流れ始める $V_S$ の値を求めよ。

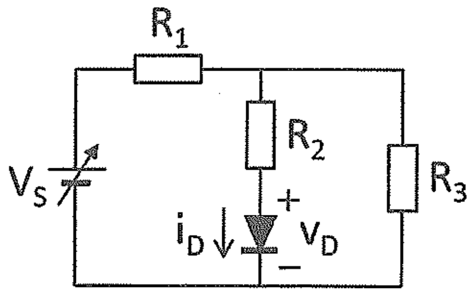



図１

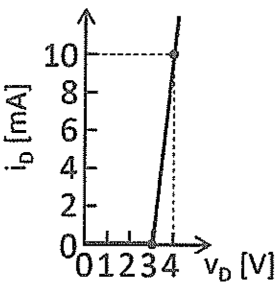



図２

２．図３に示すバイポーラトランジスタ増幅回路に関する次の問いに答えよ。ただし、$v_{in}$ は交流小信号電圧源であり、コンデンサは交流信号を通し、直流を遮断するものとする。

（１）直流に対する等価回路を図示せよ。

（２）交流小信号に対する等価回路を図示せよ。

（３）h パラメータ表現を用いた交流小信号等価回路を図示せよ。ただし、以下に示す値と記号を用いること。（ベース電流 $i_b$、コレクタ-エミッタ間電圧 $V_{ce}$、入力インピーダンス $h_{ie}$、電圧帰還比 $h_{re}$、電流利得 $h_{fe}$、出力アドミッタンス $h_{oe}$）

（４）入力信号に正弦波 $v_{in}=\cos(\omega t)$ を入力したとき、出力電圧波形 $v_o(t)$ を求めよ。

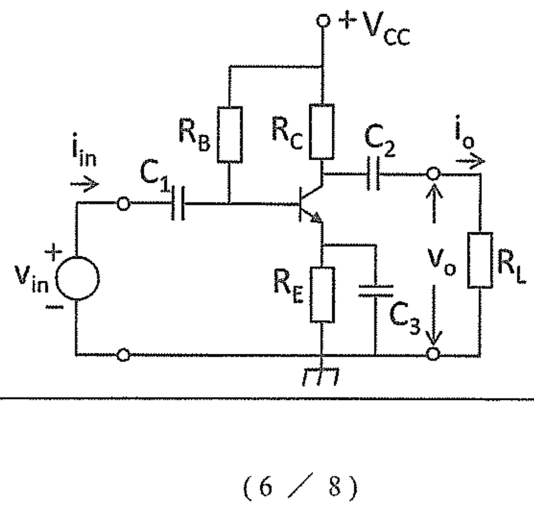


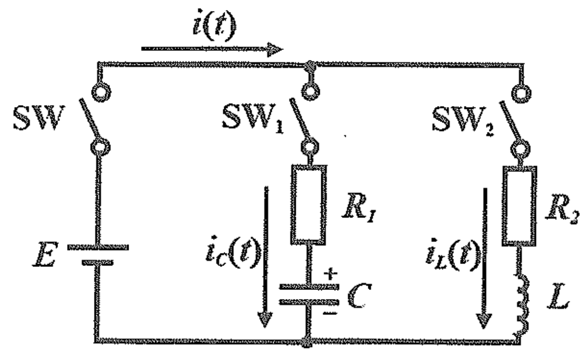

図３

理工学　専攻　電気・電子工学 領域 （ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語 （　　　） ／ 専門科目 （ 電気・電子工学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

6

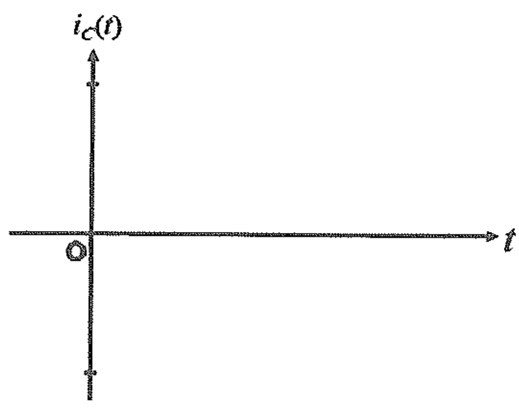


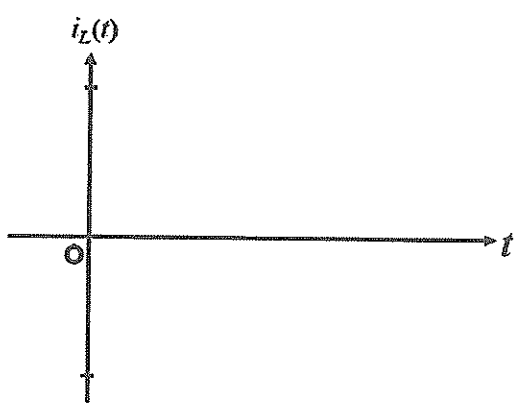

上記の抵抗 $R_1$, $R_2$, キャパシタ $C$, インダクタ $L$, 直流電圧源 $E$ とスイッチ SW, $SW_1$, $SW_2$ で構成されている回路において，以下の問いに答えよ。ただし，初期状態ではスイッチ SW, $SW_1$, $SW_2$ は開いている。

(1) $t=0$ でスイッチ SW と $SW_1$ を同時に閉じたときの電流 $i_C(0)$を求めよ。また，同様に $t=0$ でスイッチ SW と $SW_2$ を同時に閉じたときの電流 $i_L(0)$を求めよ。

(2) (1)の条件の $i_C(t)$, $i_L(t)$をそれぞれ求めよ。(途中式は必ず書くこと) また，解答用紙に下図のように図示せよ。

(3) $t=0$ でスイッチ SW, $SW_1$, $SW_2$ を同時に閉じたとき，$i(t)$が一定となる条件を説明せよ。また，その時の抵抗 $R_1$, $R_2$, キャパシタ $C$, インダクタ $L$ の関係式($R_1$=...という形)を示せ。



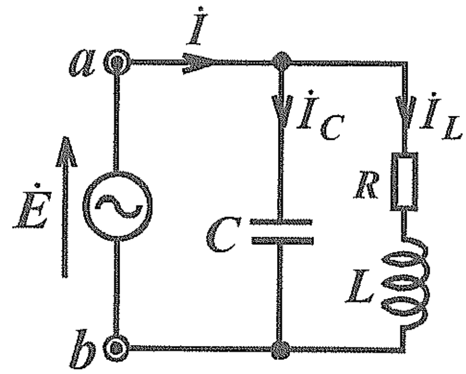



理工学　専攻　電気・電子工学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第　外国語　（　　　　）／ 専門科目　（　電気・電子工学基礎　）

試験時間：（　１５０　）分

7




右の回路において，左端は角周波数 $\omega$ の正弦波交流電源であり，電源電圧は $\dot{E}=E_0\angle 30$ [V]である。
通電開始から十分に長い時間が経過した後の定常状態において，下の設問に答えなさい。

(1) 図中のコンデンサ電流 $\dot{I}_C$，及びコイル電流 $\dot{I}_L$ を
フェーザ形式(□∠□で記述される形式)で求めなさい。
ただし，位相角はアークタンジェント $\tan^{-1}$(□)で記述し，
位相の単位は rad でなく度とすること。
ここで，□部分には $E_0, \omega, R, L, C$ などで構成される単項式や多項式が入るものとする。

(2) LC 並列共振が発生するために必要な角周波数を求めなさい。
その際，角周波数を二乗する $\omega^2=\dfrac{1}{LC}\left(1-\dfrac{\square}{\square}\right)$ の式により記述すること。
ここで，□部分には上記と同様の単項式や多項式が入るものとする。

(3) 共振条件を満足しているとき，図中の電源電流 $\dot{I}$ をフェーザ形式で求めなさい。

(4) 共振条件を満足しているとき，$\dot{E}$，$\dot{I}$，$\dot{I}_C$，$\dot{I}_L$ を複素ベクトルとして複素平面上に図示しなさい。
その際，1 枚の図中に描き，位相関係を明示すること。

理工学　専攻　情報学　領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目　（情報学基礎）

試験時間：（　１５０　）分

**注意事項**

1. 試験問題は１０問（$\boxed{1}$ ～ $\boxed{10}$）である。この中から５問を選んで解答せよ。
   ５問を超えて解答してはならない。

2. それぞれの解答用紙に、１問のみ解答すること。

3. 配布された５枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。

4. 解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。

5. 解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

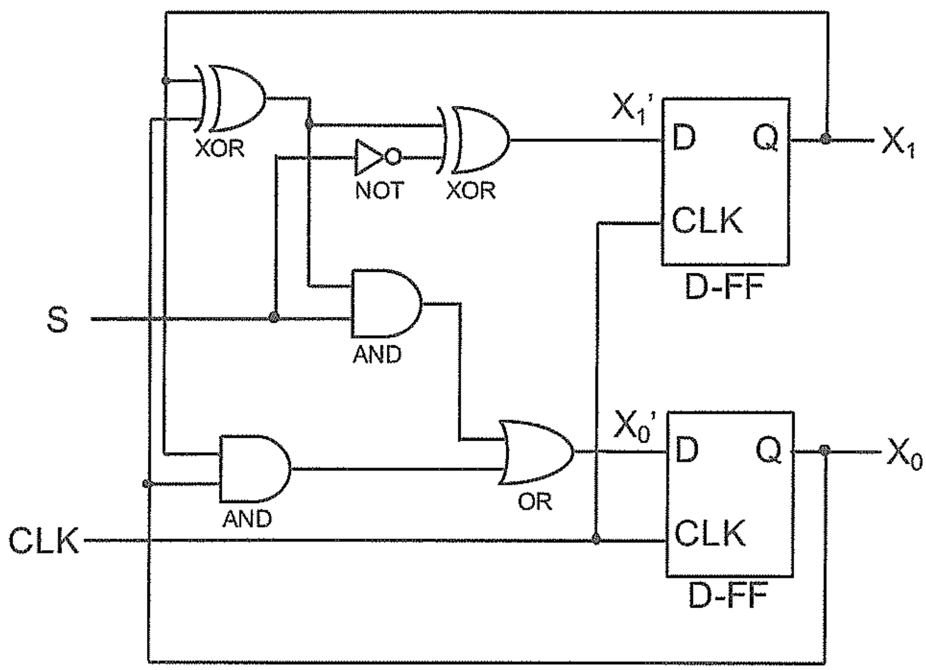
理工学　専攻　情報学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目　（ 情報学基礎 ）

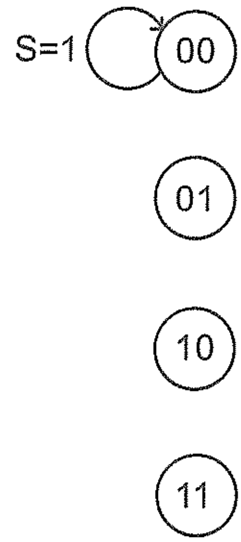
試験時間：（　１５０　）分

# 1

下図の順序回路 A の二つの D-FF は D 型フリップフロップであり，CLK の立ち上がりエッジの時刻にある D 入力の論理（前状態）をセット（保持）し，Q 出力にその論理（次状態）を出力する．また，状態遷移図 B において，(00)，(01)，(10)，(11)は($X_1X_0$)の状態であり，入力 S（1 または 0）は有向枝（矢印）で示されるものとする．以下の(1)～(5)の問いに答えよ．




順序回路A




状態遷移図B

(1) コンピュータにおける中央処理装置（CPU）とメモリの役割について説明せよ．

(2) コンピュータに関する次の用語を説明せよ．

(i) レジスタ，(ii) キャッシュメモリ，(iii) プログラムカウンタ

(3) $X_1$'と $X_0$'の論理式を入力 S と $X_0$ および $X_1$ で表現せよ．

(4) $X_1$'と $X_0$'の論理式をすべての変数{$X_1$，$X_0$，S}（反転を含む）からなる論理積和（標準形）で表現せよ．

(5) 状態遷移図 B を完成させせよ．

理工学　専攻　情報学　領域（博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目　（情報学基礎）

試験時間：（　１５０　）分

## 2

(1) Computation bound process とは何かを述べよ.

(2) I/O bound process とは何かを述べよ.

(3) プロセスの切り替えが，入出力待ちによる切り替えのみの場合に
　(a) Computation bound process は，どのように状態遷移するかを述べよ.
　(b) I/O bound process は，どのように状態遷移するかを述べよ.

(4) プロセスの切り替えが，入出力待ちによる切り替えとタイムスライスによる切り替えの両方の場合に
　(a) Computation bound process は，どのように状態遷移するかを述べよ.
　(b) I/O bound process は，どのように状態遷移するかを述べよ.

(5) プロセスの切り替えがない場合（入出力待ちによる切り替えとタイムスライスによる切り替えのどちらもない）に
　(a) Computation bound process は，どのように状態遷移するかを述べよ.
　(b) I/O bound process は，どのように状態遷移するかを述べよ.

理工学 専攻 情報学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目 （ 情報学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

3

(1) 主記憶装置には，ROM と RAM がある．ROM と RAM のそれぞれについて，性質とどのように使われているかを述べよ．但し，ROM には，Flash ROM を含まないものとする．

(2) 仮想記憶方式について

(a) どのような方式かを述べよ．

(b) どのような利点があるかを述べよ．

(c) ページフォールトとは何かを述べよ．

(d) あるプロセスが実行中に，ページフォールトを起こした．このプロセスは，どのような状態遷移を経て再び実行状態に至るかを述べよ．

理工学　専攻　情報学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目　（ 情報学基礎 ）

試験時間：（　１５０　）分

## 4

プログラミング言語としてＣ言語を用いて次の問に答えよ。

(1) 下記の main プログラムは、一桁の正の整数 i, j について i 行 j 列目に i と j の値、i と j の積を次のように記号を含めて標準出力関数 printf( )を用いて出力するものである。ただし、1≦i≦9、j も同様。また、積の後にはスペースを区切りとして入れる。

```
例  1*1=1  1*2=2  …               1*9=9
    2*1=2  2*2=4  …               2*9=18
      :      :                      :
    9*1=9  …                      9*9=81
```

［　　　］に入れるべき命令等として、(ｱ)for 文を用いるもの、(ｲ)while 文を用いるものを示しなさい。

```
#include <stdio.h>
main( )
{  int i, j;
   [                    ]
}
```

(2) 次に示す関数 find( )は、文字型配列 r[ ]の中に文字型変数 p に与えられた文字が存在するかどうかを調べ、存在する場合には r[ ]の中での文字位置（配列の添え字の値）を返却値とし、存在しない場合には-1 を返却値とするものである。ただし、文字型配列には文字データの終りを示す'＼0'が代入されているものとする。また、p に一致する文字は複数存在する場合には先に見つけた文字位置を求める。標準関数等は用いないで記述すること。

［　　　］内に入れるべき命令等を示しなさい。

```
int find(char r[ ], char p)
{ int i=0 ;
  [                    ]
}
```

理工学　専攻　情報学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目　（ 情報学基礎 ）

試験時間：（　１５０　）分

5

次数 n の正方行列 A、および次数 n のベクトル x を考える。このとき、A の i 行 j 列要素は配列 a[ ][ ]の a[i-1][ j-1]要素に、また x の i 番目の要素は配列 x[ ]の x[i-1]要素に代入されているものとする。

プログラミング言語としてＣ言語を用いて、以下の問に答えよ。

(1) 行列 A の i 行目をベクトルと考えるとき、このベクトルとベクトル x の内積から$a_{ii}x_i$を除いた値は次のように示される。

$$s_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - a_{ii}x_i$$

ここで、$a_{ij}$は行列 A の i 行 j 列要素を示している。

次の関数 inner()は、$s_i$の値を倍精度で求め、それを返却値とするものである。$\boxed{\phantom{xx}}$に入れるべき適当な命令文等を示せ。ただし、変数 i には行列の行の番号、変数 n には正方行列とベクトルの次数が代入されるものとする。

```
double   inner(int n, double a[ ][n], double x[ ], int i)
{
  [                                        ]
}
```

(2) 行列 A および次数 n のベクトル b が与えられているとき、次数 n のベクトルを$x^{(k)}$の i 番目の要素を次の漸化式にしたがって求めることを考える。

$$x_i^{(k)} = (b_i - s_i^{(k-1)})/a_{ii}$$

ここで、$s_i^{(k-1)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j^{(k-1)} - a_{ii}x_i^{(k-1)}$である。整数 k≧1。

次の関数 renew()は、行列 A、ベクトル b、およびベクトル$x^{(0)}$の値が配列 a[ ][ ]、b[ ]、x[ ]に与えられているとき、更新されたベクトル$x^{(K)}$の値を配列 x[ ]に求めるものである。$\boxed{\phantom{xx}}$に入れるべき適当な命令文等を示せ。ただし、$a_{ii}$は０でないものとする。また、整数 K≧1。

```
void renew(int n, double a[ ][n], double b[ ], double x[ ], double K)
{   double inner(int, double[ ][n], double [ ], int);
    int i, j, k;
    double xd[n];
    [                                        ]
}
```

理工学　専攻　情報学　領域（ 博士前期 / 修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目　（ 情報学基礎 ）

試験時間：（　１５０　）分

## 6

$C$ を複素数全体の集合，$n$ を 1 以上の整数とする．写像 $D: C^n \to C^n$ を，$\boldsymbol{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1}) \in C^n$に対して，$\boldsymbol{V} = (V_0, V_1, \dots, V_{n-1}) \in C^n$ を

$$V_k \coloneqq \sum_{i=0}^{n-1} \omega^{ik} v_i, \qquad k = 0,1,\dots,n-1$$

とすることによって定義する．ただし，$j \coloneqq \sqrt{-1}$ とし，$\omega \coloneqq \mathrm{e}^{-j2\pi/n}$ である．

(1) $\boldsymbol{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1}) \in C^n$ に対して $\boldsymbol{V} = (V_0, V_1, \dots, V_{n-1}) \coloneqq D(\boldsymbol{v})$ とする．このとき，

$$v_i \coloneqq \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \omega^{-ik} V_k, \qquad i = 0,1,\dots,n-1$$

が成り立つことを示せ．

(2) $l$ を整数とし，$\boldsymbol{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1}) \in C^n$ に対して $\boldsymbol{v}' \coloneqq (v_0\omega^{0\cdot l}, v_1\omega^{1\cdot l}, \dots, v_{n-1}\omega^{(n-1)\cdot l})$ とする．$D(\boldsymbol{v}) = (V_0, V_1, \dots, V_{n-1})$ のとき

$$D(\boldsymbol{v}') = (V_{\langle 0+l \rangle}, V_{\langle 1+l \rangle}, \dots, V_{\langle (n-1)+l \rangle})$$

が成り立つことを示せ．ただし，$\langle i \rangle$ は $i$ を $n$ で割った余りを表すものとする．

(3) $\boldsymbol{e} = (e_0, e_1, \dots, e_{n-1})$，$\boldsymbol{f} = (f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$，$\boldsymbol{g} = (g_0, g_1, \dots, g_{n-1}) \in C^n$ について，
$\boldsymbol{E} = (E_0, E_1, \dots, E_{n-1}) \coloneqq D(\boldsymbol{e})$，$\boldsymbol{F} = (F_0, F_1, \dots, F_{n-1}) \coloneqq D(\boldsymbol{f})$，$\boldsymbol{G} = (G_0, G_1, \dots, G_{n-1}) \coloneqq D(\boldsymbol{g})$とする．

$$e_i = \sum_{l=0}^{n-1} f_{\langle i-l \rangle} g_l, \qquad i = 0,1,\dots,n-1$$

が成り立つための必要十分条件は

$$E_k = F_k G_k, \qquad k = 0,1,\dots,n-1$$

が成り立つことであることを示せ．

理工学 専攻 情報学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目 （ 情報学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

# 7

(1) $f(n)$ と $g(n)$ を自然数から実数への関数とする．すべての $n$ に対して $f(n) < c \cdot g(n) + d$ となる実数 $c, d$ が存在するとき $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ であるといい，$g(n) = \Omega(f(n))$ であるという．また，$f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ かつ $f(n) = \Omega(g(n))$ のとき，$f(n) = \Theta(g(n))$ であるという．以下の (a) から (e) がそれぞれ，

(あ) $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ であるが $f(n) = \Omega(g(n))$ でない，

(い) $f(n) = \Omega(g(n))$ であるが $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ でない，

(う) $f(n) = \Theta(g(n))$ である，

のいずれに該当するか，簡単な根拠とともに答えよ．

(a) $f(x) = 10n \log(10n)$, $g(n) = n \log n$

(b) $f(x) = n^{0.1}$, $g(n) = (\log n)^{10}$

(c) $f(x) = 2^{n+1}$, $g(n) = 2^n$

(d) $f(x) = 2^n$, $g(n) = n!$

(e) $f(x) = n^{k+1}$, $g(n) = \sum_{i=1}^{n} i^k$

(2) $\mathbb{N}$ を自然数の集合，$\mathbb{Z}_+$ を 0 以上の整数の集合とする．入力としてナップサックの容量 $C \in \mathbb{N}$，アイテムの集合 $I$，アイテムの価値 $v\colon I \to \mathbb{N}$，アイテムの大きさ $s\colon I \to \mathbb{N}$ が与えられたとき，ナップサックに詰めるアイテムの個数 $x\colon I \to \mathbb{Z}_+$ のうち，$\sum_{i \in I} s(i) \cdot x(i) \leq C$ かつ $\sum_{i \in I} v(i) \cdot x(i)$ が最大となるものを求める問題をナップサック（knapsack）問題という．以下の (a)，(b)，(c) に答えよ．

(a) $C = 10$, $I = \{a, b, c, d\}$, $s(a) = 2$, $s(b) = 3$, $s(c) = 4$, $s(d) = 5$, $v(a) = 3$, $v(b) = 4$, $v(c) = 8$, $v(d) = 9$ のときの最適解を求めよ．

(b) ナップサック問題に対する動的計画法を擬似コードあるいは箇条書きなどで記せ．また，その動的計画法の時間複雑度（時間計算量）を $C, |I|$ の関数で表わせ．

(c) その動的計画法が最適解を必ず出力する根拠を述べよ．

(3) 以下の (a)，(b) のうちいずれか 1 つを選び答えよ．

(a) アルファベット $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の言語のうち「1 で始まり 0 で終わる文字列」のみからなる言語を $L_1$ とする．この言語 $L_1$ のみを受理する決定性有限オートマトンの状態遷移図を描け．また，その決定性有限オートマトンを状態集合 $Q$，アルファベット $\Sigma$，状態遷移関数 $\delta\colon Q \times \Sigma \to Q$，開始状態 $q_0$，受理状態 $F$ の 5 つ組 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ で表すとき，$Q, \delta, q_0, F$ それぞれを具体的に記せ．

(b) 多項式時間アルゴリズムを具体的な例を挙げつつ説明せよ．また，多項式時間帰着あるいは多項式時間変形を説明せよ．

理工学 専攻 情報学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目 （ 情報学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

8

1 実社会におけるデータベースを１つ考え、ER 図を作成し、それをリレーショナルデータベースのリレーションに変換せよ。

2 トランザクションの直列化可能性について

 2.1 トランザクションの直列化可能性とはどういうことか説明せよ。

 2.2 直列化可能でない二つのトランザクションの例を与えよ。

3 RAID とは何か、目的、効果、特徴、種類について説明せよ。

4 NoSQL とは何かについて説明せよ。また、リレーショナルデータベースと比較した時の NoSQL の長所、短所について説明せよ。

理工学　専攻　情報学　領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目　（ 情報学基礎 ）

試験時間：（　１５０　）分

9

以下の微分方程式を解け。

(1) $y' = \left(\dfrac{\cos y}{\cos x}\right)^2$

(2) $y' = \left(\dfrac{2e^x}{y} + 1\right)e^x$

(3) $xy^2 + 3y^3 - x^2 yy' = 0$

(4) $y' = y + \sin x$

理工学 専攻 情報学 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：専門科目 （ 情報学基礎 ）

試験時間：（ １５０ ）分

## １０

ある機械は状態 1，状態 2，状態 3 のいずれかの状態をとる．状態 1 のときにボタンを押すと，等しい確率で状態 2，状態 3 のいずれかの状態になる．状態 2 のときにボタンを押すと，等しい確率で状態 1，状態 2，状態 3 のいずれかの状態になる．状態 3 のときにボタンを押すと，等しい確率で状態 1，状態 2 のいずれかの状態になる．初めに機械は状態 2 であったとする．以下の問いに答えよ．

(1) $p_{ij}$ を「ボタンを押したときに状態 $i$ から状態 $j$ になる確率」とする．$i$ 行 $j$ 列の要素を $p_{ij}$ とする行列 $P$ を求めよ．

(2) 行列 $P$ の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ．

(3) $k$ 回ボタンを押した後にそれぞれの状態である確率を求めよ．ただしここで $k$ は自然数とする．

(4) $k$ 回ボタンを押した後に状態 1 であったという条件のもとで，$k-2$ 回ボタンを押した後に状態 3 であったという確率を求めよ．ただしここで $k$ は 3 以上とする．

(5) 行列 $X$ を $n$ 行 $n$ 列の行列とし，$i$ 行 $j$ 列の要素を $x_{ij}$ で表すことにする．行列 $X$ は，そのすべての要素が 0 以上 1 以下（すなわち $\forall i \in \{1,\ldots,n\}$, $\forall j \in \{1,\ldots,n\}$, $0 \leq x_{ij} \leq 1$）であり，どの行に関しても行和が 1（すなわち $\forall i \in \{1,\ldots,n\}$, $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$）になっているとき確率行列とよばれる．行列 $X$ が確率行列であるとき，$X^k$ もまた確率行列であることを証明せよ．ただしここで $k$ は自然数とする．